

Олимпиада  
школьников по математике  
«ТИИМ-2024»  
Заключительный тур  
11 февраля 2024 года  
5 класс

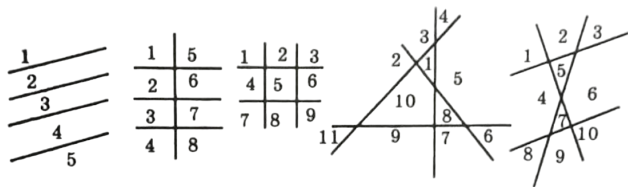


▷ 1. Записать цифры от 0 до 9 в строчку так, чтобы любое число, составленное из двух идущих подряд цифр, делилось на 7 или 13.

**Решение:** Условию задачи удовлетворяет, например, строчка 0, 7, 8, 4, 9, 1, 3, 5, 2, 6.

▷ 2. На сколько частей могут делить плоскость четыре прямые?

**Решение:** На 5, на 8, на 9, на 10, на 11 частей.



▷ 3. За книгу заплатили тысячу рублей, и осталось заплатить еще столько, сколько осталось бы заплатить, если бы за нее заплатили столько, сколько осталось заплатить? Сколько стоит книга?

**Решение:** Ответ. 2000 руб. Чтобы справиться с путаницей в условии, обозначим через  $X$  сумму, которую осталось заплатить. Переформулируем задачу так: За книгу заплатили 1000 руб. и осталось заплатить еще  $X$  руб., где  $X$  - это та сумма, которую осталось бы заплатить, если бы за книгу заплатили  $X$  руб. Теперь понятно, что  $X = 1000$ , и книга стоит 2000 рублей.

▷ 4. На книжной полке у Знайки стоит история Цветочного города в 10 томах — тома идут по порядку слева-направо. Толщина первого тома 2,1 см, второго - 2,2 см, третьего - 2,3 см и т. д., десятого - 3 см. Книжный червяк прополз от первой страницы первого тома до последней страницы десятого тома (по прямой линии). Какой путь он проделал? Толщина обложки 0.2 см.

**Решение:** Не думайте, что в ответе опечатка. Если у вас ответ 25,5 см, то он неправильный. Чтобы понять это, представьте, что вы берете первый том с полки левой рукой. С какой стороны находится его первая страница - со стороны большого пальца или мизинца? Правильный ответ:

$$2, 2 + 2, 3 + \dots + 2, 8 + 2, 9. + \text{толщина корок}$$

Для быстрого подсчета этой суммы можно сложить числа, равноотстоящие от концов. Получится четыре пары чисел с суммой 5,1 в каждой, т.е.  $5,1 * 4 = 20,4$ .

**Ответ:** 20,4 см.

▷ 5. Для участников командного первенства по математике ТИИМ-2024 было приготовлено конфет столько же, сколько вместе булочек и стаканов чая. Каждый участник съел по конфете и выпил по стакану чаю, после чего осталось стаканов чая и конфет вместе столько же, сколько булочек. Остался ли еще чай?

**Решение:** Обозначим количество приготовленных конфет через  $K$ , количество булочек —  $B$ , стаканов чая —  $T$ . Известно, что  $K = B + T$ , или

$$T = K - B(*)$$

В олимпиаде участвовало  $n$  школьников. После обеда осталось конфет  $K - n$ , стаканов чая —  $T - n$ . Известно, что теперь  $(T - n) + (K - n) = B$ , или

$$1 = 2n - (K - B)(**)$$

Выражая из (\*)  $K - B$  и подставляя в (\*\*), получаем, что  $T = n$ , то есть на каждого школьника приходился только один стакан.

**Ответ:** Нет.

▷ 6. У Незнайки был один лист бумаги. Он разрезал его на 4 части, некоторые из частей еще разрезал на 4 части и т. д. Когда он подсчитал число всех частей, то их оказалось 2024. Могло ли это быть?

**Решение:** Деление каждой части еще на 4 части увеличивает число частей бумаги на 3. Поэтому после любого числа делений количество частей бумаги при делении на три должно давать в остатке 1. Но  $2024 = 3 * 674 + 2$ , поэтому Незнайка ошибся в подсчете.

▷ 7. Если некоторое число увеличить на 15%, то получим 207. На сколько процентов надо уменьшить это число, чтобы получить 126?

**Решение:** Пусть  $x$  - данное число, а  $u$  - количество процентов на его нужно уменьшить. Тогда  $x + \frac{15}{100}x = 207$ ,  $x = 180$ ,  $x - \frac{u}{100} = 126$ ,  $180 - \frac{180}{100}u = 126$ ,  $u = 30$ .

**Ответ:** 30%.

▷ **8.** Семь томов энциклопедического словаря стоят в следующем порядке: 1, 5, 6, 2, 4, 3, 7. Расставьте их в порядке возрастания номеров, применив несколько раз следующую операцию: перестановку трех рядом стоящих томов в начало, в конец или между другими томами, не меняя порядка этих трех томов.

**Решение:** Перестановку можно провести, например, в таком порядке: 1562437 - 1624537 - 1245637 - 1234567.

▷ **9.** В некотором месяце три пятницы пришлись на четные числа. Какой день недели был 15 числа этого месяца?

**Решение:** Три пятницы, выпадающие на четные числа месяца, могут быть только 2, 16 и 30 числа. 15 числа был четверг.

▷ **10.** Ученики четырех классов решили посадить около школы сад. Ученики четвертого класса посадили половину всех деревьев, а ученики третьего класса -  $\frac{1}{3}$  того, что посадили другие классы вместе. Ученики второго класса посадили  $\frac{1}{4}$  того, что посадили остальные. Ученики первого класса посадили пять деревьев. Сколько деревьев было посажено всего?

**Решение:** Число деревьев обозначим через  $x$ . Тогда  $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + 5 = x$  и  $x = 100$ .

$$IV - \frac{x}{2}$$

$$III - y = \frac{1}{3}(x - y) \rightarrow y = \frac{1}{4}x$$

$$II - z = \frac{1}{4}(x - z) \rightarrow z = \frac{x}{5}$$